Prof. Dr. Alfred Toth

Ortsfunktionalität von Zeichenklassen

1. Obwohl das Zeichen eine qualitative Entität ist und also mit Hilfe der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) oder mit Hilfe der qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2015a, b) behandelt werden sollte, hatte sich Bense verschiedentlich bemüht, die Isomorphie zwischen den von ihm so genannten "Primzeichen", d.h. Zeichenzahlen, und den Peanozahlen nachzuweisen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff., 1981, S. 17 ff., vgl. auch 1983, S. 192 ff.). Damit werden – genauso wie bei der Redukation von Anzahlen auf Zahlen – Qualitäten auf Quantitäten reduziert. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß ausgerechnet Peirce, der Begründer der Semiotik, in seinen "Axioms of Numbers" die Zahlen als Anzahlen und also nicht, wie Peano Jahre nach ihm, als Zahlen eingeführt hatte. So heißt es in der von Bense (1983, S. 195) wiedergegebenen Definition XII: "In any counting, every number counting off an object is less than every number that does not count off an object".

2. Da die Zeichen von Bense (1981, S. 17 ff.) jedoch als lineare Peanofolgen definiert werden, gibt es für Zeichenklassen natürlich nur die horizontale Zählweise. Wie in Toth (2015a) gezeigt wurde, sind Zeichen wegen ihrer Isomorphie mit Objekten (die notabene bereits von Bense 1939, S. 83 festgestellt worden war) jedoch ortsfunktional, d.h. es gilt nicht nur

$\Omega = f(\omega)$,

sondern vermöge $\Omega \cong Z$ auch

$Z = f(\omega)$,

und damit gibt es, wenn man sich auf 2-dimensionale Zahlenfelder beschränkt, neben der horizontalen noch eine vertikale und zwei diagonale Zählweisen.

2.1. Adjazente Zählweise von Zeichenklassen

Bei der adjazenten Zählweise fallen die Zeichenklassen natürlich unter die herkömmliche, durch die Isomorphie der sie konstituierenden Primzeichen mit den Peanozahlen determinierte horizontale Zählweise, allerdings gibt es bereits hier keinen Grund mehr, der auf Peirce zurückgehenden Ordnungsrelation

$O = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

zu folgen, sondern es sind, da Zeichen als triadische Relationen definiert sind, sämtliche $3! = 6$ Permutationen erlaubt. Wir bekommen also

$Z_1 = (3.x, 2.y, 1.z)$	$Z_3 = (2.y, 3.x, 1.z)$	$Z_5 = (1.z, 3.x, 2.y)$
$Z_2 = (3.x, 1.z, 2.y)$	$Z_4 = (2.y, 1.z, 3.x)$	$Z_6 = (1.z, 2.y, 3.x)$.

2.2. Subjazente Zählweise von Zeichenklassen

Die Menge der subjazenten Zeichenklassen steigt gegenüber den adjazenten bereits erheblich an, auch wenn man von Permutationen absieht.

3.x	2.y		3.x	2.y		3.x	2.y	
1.z				1.z				1.z
	2.y	1.z		2.y	1.z		2.y	1.z
3.x				3.x				3.x
3.x		1.z	3.x		1.z	3.x		1.z
2.y				2.y				2.y

2.3. Transjazente Zählweise von Zeichenklassen

Da es zwei – die haupt- und die nebendiagonale – transjazente Zählweisen gibt, erfolgt ein weiterer qualitativer Zuwachs an arithmetischer Struktur gegenüber den subjazenten Zeichenklassen.

3.x					3.x
2.y					2.y
		1.z	1.z		
3.x	2.y			2.y	3.x
		1.z	1.z		

	2.y	1.z	1.z	2.y	
3.x					3.x

3.x		1.z	1.z		3.x
2.y					2.y

3.x		1.z	1.z		3.x
		2.y	2.y		

...

3.x					3.x
	2.y			2.y	
		1.z	1.z		

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. München 1939

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

7.8.2015